LYCEE PILOTE SOUSSE | DEVOIR DE SYNTHESE N°1 | CLASSES : $2S_{5\text{-}6}$

LE 6/12/2012 | MATHEMATIQUES | DUREE : 2h

EXERCICE 1

On considère l'équation (E) : $x^2-5x-3 = 0$.

1) Sans calculer Δ, montrer que (E) admet deux racines réelles x_1 et x_2.

2) Sans calculer x_1 et x_2, calculer chacune des expressions suivantes :

$A = (2 - x_1)(2 - x_2)$ et $B = x_1^2 + x_2^2$.

3) Former une équation du second degré ayant pour racines A et B.

EXERCICE 2

1) a) Résoudre dans R l'équation $t^2 - 13t + 36 = 0$.

b) Factoriser alors l'expression $t^2 - 13t + 36$.

2 soit x un réel et soit $f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$.

a) Factoriser f(x).

b) Résoudre dans R l'équation f(x) = 0

c) Résoudre dans R l'inéquation $\dfrac{f(x)}{x^2+3x-4} \geq 0$.

EXERCICE 3

Un cycliste parcourt un trajet se composant de trois parties, la première est en montée et mesure 15km, la deuxième est en descente et mesure 20km et la troisième est en montée et mesure 30km.

Sachant que le cycliste fait 10km/h de moins en montée qu'en descente, déterminer sa vitesse en montée et sa vitesse en descente.

EXERCICE 4

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 3cm et AC = 4cm et soit O le milieu de [BC].

1) Soit t l'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M'tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = -\overrightarrow{MA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MC}$$

Montrer que t est la translation de vecteur $\overrightarrow{AO}$.

2) Soient B' et C' les images respectives de B et C par t. Préciser la nature du triangle OB'C'. Justifier.

3) Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC) et soit H' le projeté orthogonal de O sur (B'C').

Montrer que H' = t(H).

) Soit K le point tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AB}$ et soit G le barycentre de (A, 4) , (B,-1) et (C,3).

a) Montrer que G est le milieu de [CK] puis construire K et G.

b) Soit G' le barycentre de (O, 4), (B',-1) et(C', 3). Montrer que $\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AO}$ puis construire G'.

) Soit C l'ensemble des points M du plan tels que $\| 4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} \| = 3\sqrt{17}$.

a) Montrer que C est le cercle circonscrit au triangle ACK.

b) Déterminer et construire C' = t(C) .